

# Analyse spectrale non itérative des oscillateurs simples sous l'action des tremblements de terre

Youssef BELMOUDEN

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Laboratoire d'informatique et de mécanique appliquées à la construction (IMAC), GC G1 494, ENAC-IS-IMAC, CH-1015 Lausanne, Suisse. e-mail : [youssef.belmouden@epfl.ch](mailto:youssef.belmouden@epfl.ch)

**Résumé.** Les tremblements de terre ou séismes constituent une activité géologique naturelle. Ils induisent des destructions importantes. Se doter de moyens de prévention contre leurs effets tels que les codes parasismiques est une entreprise vitale. La nouvelle génération de codes parasismiques permet de dimensionner les structures et de vérifier la vulnérabilité des constructions existantes contre l'action des séismes. L'analyse spectrale non itérative est une procédure de dimensionnement et de vérification des structures inélastiques modélisées par des oscillateurs simples sur la base de la méthode des déplacements. Cette méthode adopte l'intersection entre le diagramme de capacité obtenu par une analyse statique monotone et le spectre de réponse inélastique convertie en format accélération-déplacement. La méthode est généralisée pour rendre compte de l'effet de l'écrouissage en considérant un modèle d'amortissement basé sur la relation entre les coefficients de réduction et la ductilité.

**Mots clés:** Séismes, méthode non itérative, spectre inélastique, coefficient de réduction, diagramme de capacité, oscillateur simple.

**A non-iterative spectrum analysis of single degree of freedom systems under earthquake action.**

**Abstract.** Earthquakes are a natural geological activity. The seismic activity generates massive destructions. The aseismic codes represent an efficient tool against their consequences. The seismic design methodologies for the next generation of codes, safeguards against the damage produced by earthquakes and permits an assessment of vulnerability of existing buildings. The capacity spectrum analysis is a direct displacement-based seismic design procedure of inelastic structures modelled as single degree-of-freedom. This method uses the intersection of the capacity diagram from a pushover analysis and an inelastic response spectrum converted to acceleration-displacement format. The method is then extended to hardening behaviour with a damping model constructed based on relations between reduction factors and ductility.

**Key words:** Earthquakes, non iterative method, inelastic spectrum, reduction factor, capacity diagram, single degree of freedom system.

## INTRODUCTION

Dans les codes ou règlements parasismiques, l'étude de la réponse des structures des bâtiments aux effets des tremblements de terre est conduite en utilisant des méthodes simplifiées basées sur les spectres de réponse. Dans le dimensionnement ou la vérification parasismique des structures soumises à l'action des séismes, une nouvelle méthode a émergé ces dernières années et est de plus en plus utilisée. La méthode consiste à utiliser une procédure de dimensionnement directe par la méthode des déplacements en définissant dès le départ le déplacement limite des bâtiments au lieu de les dimensionner sur la base de la méthode des forces, habituellement adoptée par les codes parasismiques.

L'analyse spectrale non itérative est une méthode de dimensionnement des structures non linéaires sous la forme d'oscillateurs simples, en considérant directement un diagramme de réponse inélastique.

Dans cet article, on propose une généralisation de la méthode spectrale non itérative aux systèmes non linéaires avec écrouissage et suramortis. L'amortissement est considéré variable, fonction de la ductilité et des coefficients de réduction. Enfin, une procédure de dimensionnement et de vérification simplifiée des structures de bâtiments est proposée.

### Le séisme

Le séisme se traduit essentiellement par une rupture brutale au sein de l'écorce terrestre selon différents types de failles et de mécanismes, et par une émission d'ondes élastiques (longitudinales ou de cisaillement) dont l'énergie mise en

jeu pendant le séisme est évaluée par la magnitude. Par conséquent, les mouvements de la croûte terrestre génèrent des ruptures ayant pour conséquence la mise en vibration du sol. Après avoir parcouru la distance nécessaire depuis le foyer du séisme, au cours de laquelle il y a atténuation et transformation des signaux transmis, les ondes de surface mettent en vibration les constructions se trouvant dans l'environnement proche de l'épicentre (quelques dizaines de km).

Les conséquences de ces effets seront prises en compte dans les calculs (choix des spectres par exemple), puisqu'ils entraînent des effets directs (effets de site) sous forme de mouvements forts (à proximité de l'épicentre) ou de mouvements faibles (loin de l'épicentre), et des effets induits sous forme de grandes déformations conduisant à des liquéfactions et des mouvements de terrain (glissements, éboulements, tassements et affaissements...).

Par conséquent, le séisme à l'échelle humaine est une source de destruction. En effet, les bâtiments se trouvant dans les zones touchées par un tremblement de terre subissent, selon les amplitudes et la durée d'oscillation, le type de fréquence, mais aussi en fonction de leur mode de construction, des dégâts plus ou moins lourds, jusqu'à l'écroulement.

### Action sismique

L'action d'un tremblement de terre sur une structure de bâtiment (Fig. 1) se traduit par un déplacement du sol, variable dans le temps  $d_g(t)$ , qui implique des composantes de translation  $U(t)$  et de rotation  $\theta(t)$  alternées (Fig. 1). L'action sismique peut être aussi déterminée à l'aide de

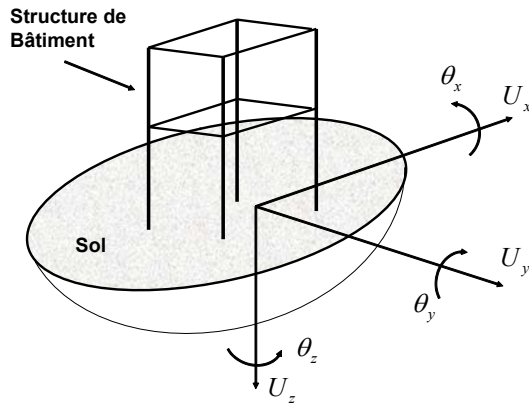


Figure 1. Action du tremblement de terre sur une structure de bâtiment.

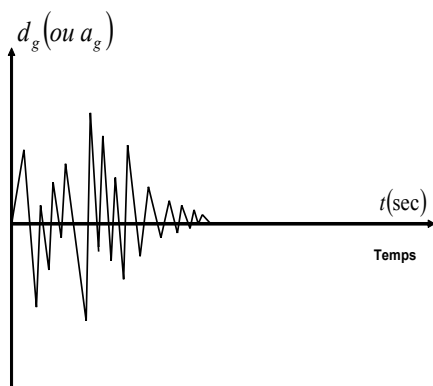


Figure 2. Enregistrement du mouvement du sol.

l'accélération du sol (ou accélérogramme)  $a_g(t)$  en translation et en rotation. Les composantes de rotation ont généralement des effets négligeables. La composante de translation verticale est plus faible que les composantes horizontales. Le principal effet du tremblement de terre est donc un mouvement horizontal du sol.

En sismologie, la caractérisation des tremblements de terre s'effectue de diverses manières. La *Magnitude* (échelle de Richter) représente l'énergie libérée au foyer ; l'*Intensité* permet de caractériser les dégâts observés suivant une échelle qualitative (Mercalli). Pour les ingénieurs, les paramètres les plus utiles sont soit les lois de déplacements du sol  $d_g(t)$  et des accélérogrammes  $a_g(t)$  (Fig. 2), soit des données plus globales, appelées spectres de réponse, établies à partir de ces accélérogrammes.

### ANALYSE DES STRUCTURES SOUS L'ACTION SISMIQUE

L'analyse des structures de bâtiment sous l'action des séismes consiste à déterminer les forces maximales et surtout les déformations maximales qu'elles peuvent subir. Ces informations permettent de les dimensionner afin de résister aux tremblements de terre. Différentes approches existent :

- l'approche dynamique directe, basée sur les lois temporelles  $d_g(t)$  et  $a_g(t)$  ; trop coûteuse, elle est réservée aux cas de structures irrégulières et d'ouvrages d'art (art. 1.2, note (b), commentaire 1.2 du RPS2000) ;
- l'approche statique (équivalente), basée sur les spectres de réponses ; moins coûteuse, elle est adoptée par les codes et règlements de calcul parasismique dans le cas de structures courantes (structures de bâtiments régulières à faible et moyenne hauteur).

### PRINCIPE DE LA PARASISMIQUE

Concevoir une construction pour qu'elle résiste aux grands séismes sans dommages est possible, mais un tel cas ne sera ni économique, ni justifié à cause de la faible probabilité d'occurrence de tels séismes. Il est donc plus sensé de calculer les structures en fonction des séismes les plus importants de la région.

Les règlements parasismiques adoptent le principe qui fait appel à la rigidité et à la résistance des structures aux séismes faibles, mais la ductilité (capacité à subir des déformations importantes sans risque de ruine prématurée) et les capacités d'absorption-dissipation des énergies injectées dans la structure, sont les principaux moyens de résister aux séismes moyens et forts.

Le principe de la construction parasismique peut donc se résumer par les objectifs suivants :

- conférer aux ouvrages un comportement global satisfaisant en vue d'assurer la sécurité des personnes, en réalisant une faible probabilité de ruine par effondrement par le maintien de l'intégrité structurale et de la capacité portante résiduelle ;
- limiter les dommages économiques en augmentant la probabilité de réparabilité des ouvrages (augmenter la chance de réutilisation) par la limitation des dégâts (fiabilité, non fragilité).

L'application des règles parasismiques réduit donc la vulnérabilité d'une construction ou d'une population de constructions et par conséquent le coût des dommages par rapport au coût de la construction.

Le principe des codes parasismiques est d'assurer une protection nominale dont l'efficacité se juge en fonction des résultats globaux observés sur un grand nombre de construction. La protection nominale d'un ouvrage donné parmi un ensemble de constructions situées dans une zone déterminée par un niveau d'agression imposé (carte sismique ou microzonage), doit présenter :

- une grande probabilité pour qu'il n'apparaisse pas de désordre structural nécessitant réparation (séisme de faible intensité, distance épacentrale importante) (Fig. 3,  $d_3$ ) ;
- une très grande probabilité pour que le bâtiment sinistré mais non effondré soit rendu réparable, donc récupérable (séisme de moyenne intensité, distance épacentrale moyenne) (Fig. 3,  $d_2$ ) ;
- une probabilité encore plus grande de non effondrement grave de telle façon que les chances de réparabilité soient faibles, voire inexistantes, mais favorisant la sauvegarde

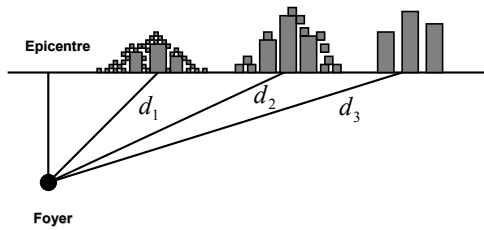


Figure 3. Degré de protection des structures de bâtiments en fonction de la distance épacentrale.

des vies humaines (séisme de forts intensité, distance épacentrale faible) (Fig. 3,  $d_1$ ).

Ceci conduit à adopter les principes suivants (art. 2.2 du RPS2000) :

- pour les séismes de faible intensité, on cherche à limiter les déplacements afin d'éviter les dommages architecturaux dans les bâtiments par rigidité des structures ; il s'agit du comportement élastique linéaire ;

- pour les séismes moyens, les structures doivent avoir de la rigidité ainsi que de la résistance pour rester dans le domaine élastique et limiter par conséquent les dommages importants ; les matériaux cassants ou fragiles sont donc à éviter ;

- pour les séismes de forte intensité (majeurs), les structures doivent présenter de la rigidité, de la résistance, mais aussi de la ductilité d'ensemble, qui permettront de résister aux mouvements forts sans effondrement, en acceptant des déformations irréversibles et des destructions d'éléments non-structuraux dans certaines limites, afin de laisser des chances de sauvetage et d'évacuation des lieux ; il s'agit du comportement inélastique ou non linéaire.

L'un des paramètres les plus influents dans les règles parasismiques est l'arbitrage économique, qui conduit à fixer le niveau de protection en choisissant la sécurité de l'action sismique contre laquelle on entend se prémunir.

Ce choix résulte d'un compromis entre des considérations physiques (aléa sismique sur lequel il n'y a aucune possibilité d'agir), des considérations économiques (rapport du surcoût résultant de la protection de l'ouvrage aux bénéfices que l'on peut en tirer) et des considérations politiques (intérêt accordé à la protection de l'ouvrage et l'intérêt que l'on attache à sa conservation ; art. 3.2.2 du RPS2000).

## NOTION DE SPECTRE DE REPONSE

### Elaboration des spectres de réponse

La mise en mouvement  $d_g(t)$  du sol support de la structure d'un bâtiment entraîne sa mise en mouvement. Pour une structure infiniment flexible, le mouvement de chaque point de la structure est celui du sol. En réalité, pour une structure flexible, le mouvement de chaque point dépend de sa rigidité globale elle-même fonction des rigidités des

éléments qui la constituent et de la distribution des masses dans la structure.

La mise en œuvre des spectres de réponse est basée sur le principe suivant :

1- La structure du bâtiment est modélisée par un oscillateur simple équivalent. Un oscillateur simple est un système matériel à un seul degré de liberté de translation formé d'une masse  $M$  et lié au sol à l'aide d'une tige de rigidité  $K$  (cf. Fig. 10). Ce système est aussi caractérisé par son amortissement  $C$ . En effet, selon les principes de la mécanique, lorsqu'une structure est sollicitée par une action dynamique, telle l'effet des ondes sismiques, sa réaction fait intervenir :

- la distribution des masses au sein de la structure du bâtiment ; de ce point de vue, l'effet des masses en hauteur est plus difficile à maîtriser que celui des mêmes masses dans la partie basse ;
- la rigidité locale et globale de la structure du bâtiment ;
- la possibilité de dissiper de l'énergie injectée par le séisme, par frottement et interactions entre les différents éléments constitutifs de la structure ou entre le sol et la structure.

Lorsqu'on applique à ce système un séisme sous forme d'un accélérogramme  $a_g(t)$ , l'équation de mouvement d'oscillations forcées est la suivante (Principe fondamental de la dynamique) :

$$M\ddot{U}(t)+C\dot{U}(t)+KU(t)=-Ma_g(t) \quad (1)$$

où  $\ddot{U}(t)$ ,  $\dot{U}(t)$  et  $U(t)$  sont respectivement l'accélération, la vitesse et le déplacement de l'oscillateur simple à l'instant  $t$ .

L'oscillateur simple est caractérisé par sa période propre  $T=2\pi(M/K)^{1/2}$  (sa fréquence d'oscillation  $f=1/T$  ou sa pulsation  $\omega=2\pi f$ ) et par son amortissement relatif  $\xi=C/C_0$ , avec  $C_0$  étant l'amortissement critique tel que si  $C > C_0$  l'oscillateur retourne au repos sans oscillation (amortissement important), si  $C < C_0$  l'oscillateur s'amortit avec des oscillations périodiques sinusoïdales. L'équation (1) peut donc être résolue (détermination de  $\ddot{U}(t)$ ,  $\dot{U}(t)$  et  $U(t)$ ) soit analytiquement (intégrale de Duhamel) soit numériquement.

2- L'étape suivante consiste à rechercher l'amplitude maximale de la réponse de l'oscillateur simple en accélération, en vitesse ou en déplacement. Les résultats sont ensuite reportés dans un graphique en fonction de la période  $T$  ou de la fréquence  $f$ .

3- Ce calcul est ensuite appliqué à de multiples oscillateurs simples, en faisant varier leurs périodes propres  $T$  (Fig. 4). La série de valeurs discrètes  $S(T_i)$  obtenues représente le spectre de réponse d'une variable physique donnée  $S$  correspondant à l'accélérogramme  $a_g(t)$ . Lorsque la variable  $S$  est une accélération, on note  $A(T)$  ou  $(A-T)$ .

4- Dans les codes parasismiques, on tient compte des incertitudes liées à l'accélérogramme réel d'un site, en considérant plusieurs accélérogrammes enregistrés dans un site ou dans une région donnée. Ensuite, on retient la courbe enveloppe des spectres correspondants. Le spectre de

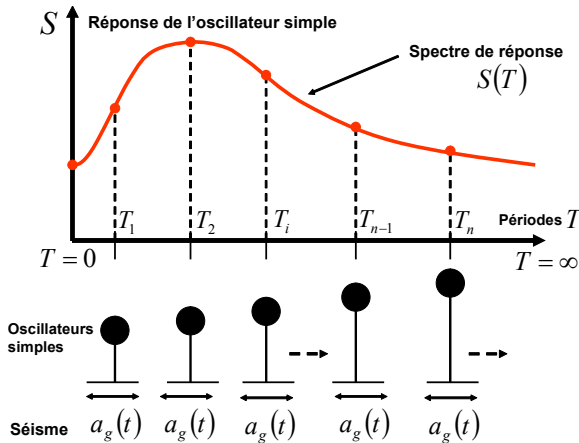


Figure 4. Construction d'un spectre de réponse élastique sous l'action d'un tremblement de terre.

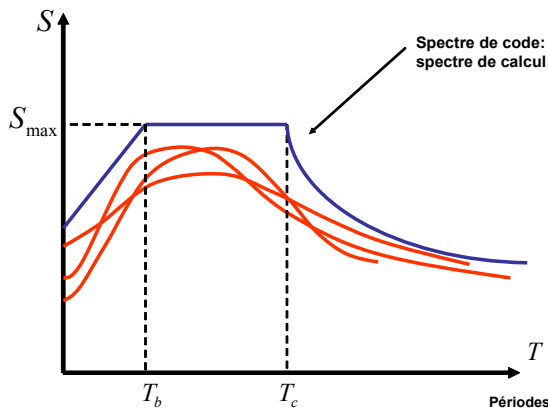


Figure 5. Spectre de calcul (ou spectre de code).  $T_b$  et  $T_c$  sont les périodes de transition.

réponse ainsi obtenu est parfois appelé dans les codes spectre de calcul (Fig. 5).

5- Par conséquent, il est possible d'obtenir directement, pour une structure ayant une fréquence ou une période propre connue, la réponse maximale de la structure sous l'action du séisme ou encore l'effet maximum dû à un tremblement de terre par simple lecture sur le spectre de réponse ainsi obtenu. Ces spectres sont aussi appelés spectres de réponses élastiques. Le comportement des oscillateurs est considéré comme élastique linéaire et est déterminé pour un amortissement relatif  $\xi$  constant et égal à 5% (art. 3.4 et art. 5.2.3.3 note (a) du RPS2000).

Si l'oscillateur est infiniment rigide ( $K \rightarrow \infty$ ,  $T=0$ ) : l'oscillateur subit alors l'accélération maximale du sol  $A_{max}$  sans déformation. Si l'oscillateur est infiniment flexible ( $K=0$ ,  $T \rightarrow \infty$ ), l'oscillateur ne subit aucune accélération mais subit exactement le déplacement maximal du sol  $D_{max}$  (Fig. 4) (mouvement d'un corps rigide).

Si le spectre est d'accélération, de vitesse ou de déplacement, on note  $S_{max}$  respectivement par  $PSA$ ,  $PSV$  ou  $PSD$ . Dans l'analyse spectrale, dans le domaine élastique, les relations entre les accélérations  $A$ , les vitesses  $V$  et les déplacements  $D$  s'écrivent :

$$A=(2\pi/T)V=(2\pi/T)^2D \text{ et } V=(2\pi/T)D.$$

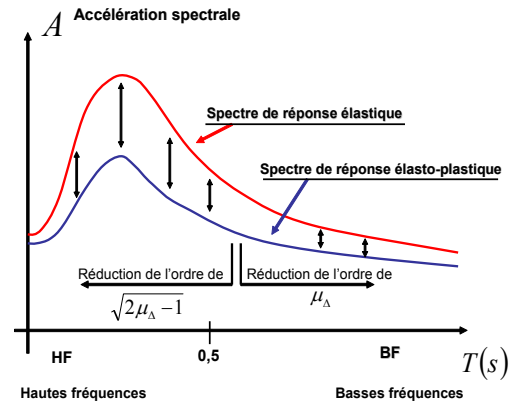


Figure 6. Spectre de réponse élastique et spectre de réponse élasto-plastique en accélération  $A(T)$ .

### Elaboration des spectres de réponse inélastique

Dans la nouvelle génération de codes parasismiques, on permet aux structures de grandes déformations et par conséquent un comportement non linéaire au lieu de rester élastique linéaire. Par conséquent, sous l'effet des tremblements de terre, les structures des bâtiments vont subir des accélérations et des sollicitations réduites, mais en contrepartie ils vont subir des déformations et des déplacements plus importants. Ce concept permet une grande dissipation de l'énergie injectée par les séismes dans les structures. Dans de telles situations, on utilise un spectre de réponse inélastique. Ce dernier se construit à partir des spectres de réponses élastiques en appliquant un ou plusieurs facteurs de réduction des accélérations.

### Spectre de réponse inélastique de Newmark & Hall (1982)

L'intérêt du comportement non linéaire d'un système à un seul degré de liberté ou oscillateur simple a été montré par Newmark & Hall (1982). Ces auteurs ont étudié un grand nombre d'oscillateurs simples linéaires et non linéaires avec l'hypothèse d'un comportement élastique parfaitement plastique. Suite à une étude des spectres élastiques et inélastiques (élastoplastiques) résultant du séisme d'El Centro en Californie, du 18 mai 1940 (Fig. 6), ces auteurs ont observé que :

- dans les basses fréquences (BF), les systèmes élastique et inélastique ont approximativement le même déplacement maximal ;
- dans les fréquences moyennes, le principe de conservation des énergies donne une bonne et suffisante approximation ;
- dans les hautes fréquences (HF), les systèmes élastique et élastoplastique ont la même force.

Ces résultats peuvent être résumés en termes des fréquences telles que :

- principe d'égalité des déplacements maximaux  $D_p=D_E$ , valide pour  $f < f_{cl}$  (oscillateurs souples) ; dans ce cas, le facteur de réduction  $R$  (coefficient de comportement) est

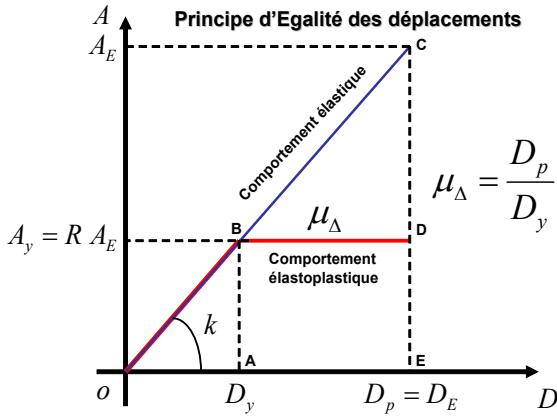


Figure 7. Schématisation du principe d'égalité des déplacements des oscillateurs simples ;  $A_E$  accélération élastique maximale,  $A_y$  accélération de plastification,  $D_E$  déplacement élastique maximal,  $D_y$  déplacement de plastification,  $D_p$  déplacement inélastique maximal.

égal à  $1/\mu_\Delta$  (Fig. 7),  $\mu_\Delta$  étant le facteur de ductilité ( $\mu_\Delta > 1$ ). En effet,

$$D_p = D_E \Rightarrow \mu_\Delta D_y = D_E \Rightarrow \mu_\Delta A_y / k = A_E / k \Rightarrow \mu_\Delta A_y = A_E \Rightarrow \mu_\Delta R A_E = A_E \Rightarrow R = 1/\mu_\Delta$$

– *principe d'égalité des énergies dissipées*, Aire(OCG)=Aire(OBEF), valide pour  $f > f_{c2}$  (oscillateurs assez rigides). Le facteur de réduction  $R$  est égal à  $1/(2\mu_\Delta - 1)^{1/2}$  (Fig. 8) ; en effet, de l'égalité des énergies dissipées on a

$$(1/2) A_E D_E = (1/2) A_y D_y + A_y (D_p - D_y),$$

$$\text{d'où } A_E D_E = A_y D_y (2\mu_\Delta - 1) \Rightarrow (A_E)^2 = (A_y)^2 (2\mu_\Delta - 1) \Rightarrow R = 1/(2\mu_\Delta - 1)^{1/2}$$

– *principe d'égalité des forces*, valide pour  $f > 33$  Hz ; le facteur de réduction  $R$  est égal à l'unité.

Le troisième principe n'est pas toujours applicable aux bâtiments. Les deux fréquences de transition  $f_{c1}$  et  $f_{c2}$  dépendent de la ductilité du système  $\mu_\Delta$  et des caractéristiques du spectre élastique. Les valeurs usuelles de  $f_{c1}$  et  $f_{c2}$  sont respectivement 1,4 Hz et 2,0 Hz. Les fréquences intermédiaires sont obtenues par interpolation.

Il est important de différencier entre le facteur de comportement (art. 3.3.4 du RPS2000) et le facteur de ductilité. Le facteur de comportement représente le rapport de l'effort ou l'accélération que peut supporter la structure si celle-ci était parfaitement élastique, à l'effort ou à l'accélération effectivement supportés par la structure réelle pour une même déformation. Par contre, on définit la ductilité (en déplacement)  $\mu_\Delta$ , appelée aussi facteur de ductilité disponible (art. 3.3.1 du RPS2000), comme étant la capacité de la structure à subir, avant la ruine, des déformations importantes qui sont la source de consommation d'énergie élevée. Par conséquent, plus la structure montre un comportement ductile, plus les mécanismes de sa résistance à toute action sismique basés sur la capacité d'absorber et de dissiper l'énergie induite par sa réponse globale est efficace.

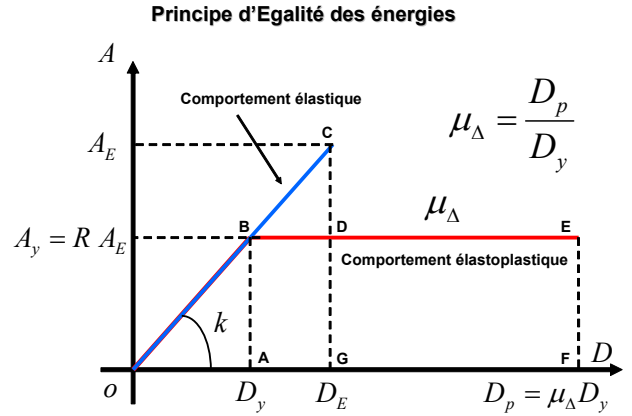


Figure 8. Schématisation du principe d'égalité des énergies dissipées par les oscillateurs simples.

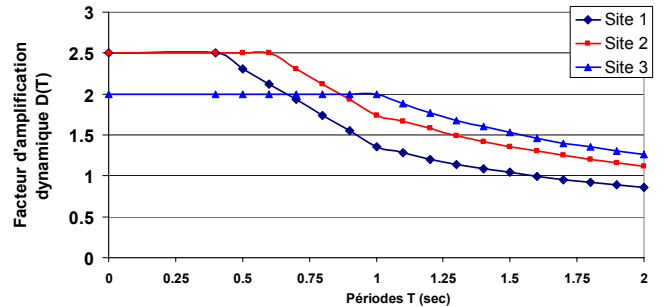


Figure 9. Facteur d'amplification dynamique  $D(T)$  : spectre du code RPS2000.

### Spectre de calcul du code parasismique RPS2000

L'évaluation de l'action du tremblement de terre sur une structure de bâtiment, selon le règlement parasismique RPS2000, s'effectue à l'aide des paramètres suivants :

- l'accélération maximale du sol  $A_{max}$  obtenue à partir du zonage sismique, (art. 5.2.2 du RPS2000) :  $A_{max} = 0,01 g$  (Zone 1),  $A_{max} = 0,08 g$  (Zone 2),  $A_{max} = 0,16 g$  (Zone 3), avec une probabilité d'apparition de 10% en 50 ans ;
- un spectre de réponse en termes d'accélération pour le mouvement horizontal relatif à un type de site ( $A-T$ ) (art. 5.2.3 du RPS2000) ;
- un spectre de réponse du mouvement vertical déduit du spectre horizontal par un coefficient de 2/3.

Le spectre de réponse élastique ( $A-T$ ) ou spectre de calcul est défini dans le RPS2000 pour un amortissement relatif  $\xi = 5\%$  par :  $A(T) = (A_{max}/g) D(T)$  où  $g$  est l'accélération de la pesanteur et  $D(T)$  le facteur d'amplification dynamique (art. 5.2.3.3 du RPS2000). Il représente l'amplification des accélérations dans la structure par rapport à celle du sol.

D'autres paramètres interviennent dans le spectre de réponse élastique pour tenir compte de l'effet de site ( $S$ , art. 5.2.3.3 du RPS2000), du coefficient de priorité ( $I$ , art. 3.2.3 du RPS2000) et de l'amortissement ( $\mu = (5/\xi)^{0,4}$ , art. 5.2.3.3 note (d) du RPS2000). Le spectre de réponse inélastique est obtenu par l'application d'un facteur de réduction des

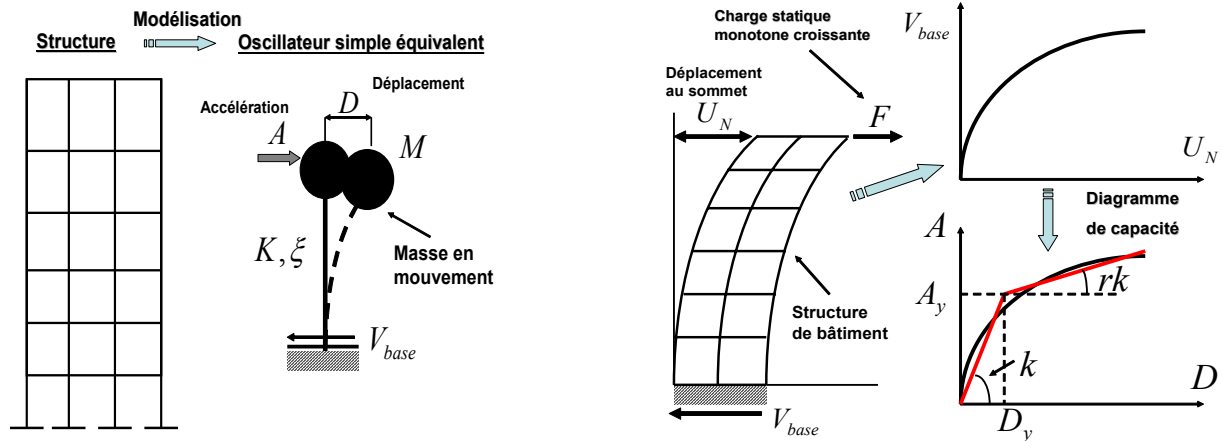


Figure 10. Conversion du diagramme de capacité en format  $(A-D)$  pour un oscillateur simple.  $D_y$ ,  $A_y$  déplacement et accélération à l'état limite élastique de la structure,  $r$ , taux d'écroûissage ;  $k$ , la rigidité élastique initiale ( $k=A_y / D_y$ ),  $rk$  est la rigidité plastique avec écroûissage.

accélération, appelé facteur de comportement ( $K$ , art. 3.3.4. du RPS2000) tel que  $A(T)=(A_{max}/g)D(T)/K$  (Fig. 9).

La période de transition  $T_c$  (Fig. 5) est indiquée dans le tableau 5.4 du RPS2000 :  $T_c=0,4$  s (Site 1) ;  $T_c=0,6$  s (Site 2) ;  $T_c=1,0$  s (Site 3). Cette période dépend de la magnitude du séisme, de son contenu fréquentiel, de sa durée, et des rapports entre les valeurs maximales des caractéristiques du mouvement (Fig. 5) : l'accélération  $A_{max}$ , la vitesse  $V_{max}$  et le déplacement  $D_{max}$ . Ces rapports varient avec la distance entre le site et la source du séisme (commentaire 5.2.3 du RPS2000).

### METHODE D'ANALYSE SPECTRALE NON ITERATIVE

La méthode d'analyse spectrale non itérative est une méthode simplifiée pour l'évaluation de la réponse inélastique des structures, sans avoir recours à l'analyse dynamique directe non linéaire (Chopra 1999, Fajfar 2000, Xue 2001). L'analyse des structures sur la base de la méthode des forces (RPS2000), consiste à établir le spectre de réponse inélastique ou spectre de calcul (art. 5.2.3 du RPS2000), à déterminer les forces agissant sur la structure (art. 6.2.1.3 et 6.2.1.4 du RPS2000) et à vérifier l'admissibilité des déformations résultantes (art. 3.1 et 8.4 du RPS2000).

Si ces déformations dépassent les limites fixées, il faut refaire les calculs en agissant sur les paramètres considérés. Par contre, dans l'analyse basée sur la méthode des déplacements, le déplacement limite ou cible est considéré dès le départ. Ainsi, on travaille sur un diagramme accélération-déplacement  $A(D)$  (ou  $(A-D)$ ) au lieu de considérer un spectre en accélération-période  $A(T)$ . Cette méthode est basée sur l'intersection du diagramme de capacité et du diagramme de réponse inélastique sous l'action des séismes pour estimer le déplacement maximum de la structure.

### Diagramme de capacité

Le diagramme de capacité est obtenu à partir de la courbe déplacement latéral en tête de la structure ( $U_N$ ) - effort

tranchant à la base ( $V_{base}$ ) (Fig. 10) sous chargement statique monotone croissant  $F$ . Cette courbe traduit les performances non linéaires de la structure. Elle peut être obtenue à l'aide d'une modélisation des structures par éléments finis en adoptant la technique d'approximation par éléments finis multicouches (Belmouden 2003, Belmouden & Elharif 2003a, b, c). Ces éléments finis sont capables de tenir compte des caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs des structures (dégradations, fissurations, écroûissage...) ainsi que les mécanismes susceptibles de se développer dans les structures (distorsions, glissement d'adhérence, décollement...).

Le diagramme résultant est ensuite converti au format accélération-déplacement  $(A-D)$  correspondant à un oscillateur simple équivalent de masse  $M$ , de rigidité  $K$  et d'amortissement  $\xi$  (Fig. 10). Enfin, ce diagramme est idéalisé en forme bilinéaire (Chopra 1995, Chopra & Goel 1999, 2001, Xue 2001, Chopra & Chintanapakdee 2003).

### Diagramme de réponse inélastique

Le diagramme de réponse inélastique, pour une ductilité donnée  $\mu_d$ , est une courbe en format  $(A-D)$  traduisant l'accélération spectrale  $A$  en fonction du déplacement spectral  $D$ . Il est obtenu par conversion du spectre de réponse élastique  $(A-T)^{el}$  en format  $(A-D)^{el}$  à l'aide des relations indiquées dans le tableau I et dans la figure 11. Le diagramme  $(A-D)^{el}$  est transformé ensuite en diagramme de réponse inélastique  $(A-D)^{inel}$  par des coefficients de réduction appropriés.

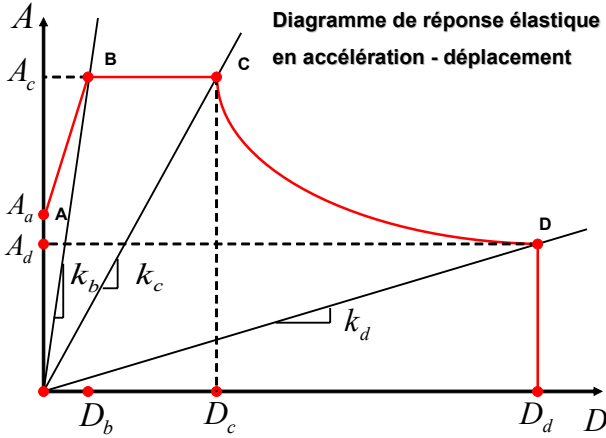
### Formulation du diagramme de réponse inélastique

#### Considération de l'écroûissage et de la variation de l'amortissement

Dans la définition du coefficient de comportement  $K$  (facteur de réduction) dans le code RPS2000, on évoque la capacité de dissipation de l'énergie vibratoire de la structure transmise par les secousses sismiques en fonction du type de la structure de bâtiment et du niveau de ductilité choisi (art. 3.3.4 du RPS2000). Cette capacité est intimement liée à l'écroûissage et à l'amortissement propre à la structure.

Tableau I. Formules de conversion du spectre d'accélération élastique en diagramme de réponse élastique

Points	Accélération	Période	Déplacement	Rigidité
A	$A_a = A_{max}$	$T_a = 0$	$D_a = 0$	-
B	$A_b = PSA$	$T_b$	$D_b = (T_b/2\pi)^2 PSA$	$k_b = (4\pi^2 M / (T_b)^2)$
C	$A_c = PSA$	$T_c = (2\pi/PSA)PSV$	$D_c = (T_c/2\pi)^2 PSA$	$k_c = (4\pi^2 M / (T_c)^2)$
D	$A_d = (2\pi/T_d)PSV$	$T_d = (2\pi/PSV)PSD$	$D_d = PSD$	$k_d = (4\pi^2 M / (T_d)^2)$


 Figure 11. Diagramme de réponse élastique en termes d'accélération-déplacement  $(A-D)^{el}$ .

Les coefficients sont donnés pour les systèmes non écrouis ( $r=0$ ) (Newmark & Hall 1982) tels que :

– système avec un amortissement  $\xi=5\%$  on a

$$R_A = 1/(2\mu_A - 1)^{1/2}, R_V = 1/\mu_A,$$

– systèmes suramortis avec  $\xi \geq 5\%$  on a

$$R_A = (3,21 - 0,68 \ln(\xi))/2,12; R_V = (2,31 - 0,41 \ln(\xi))/1,65$$

où les dénominateurs représentent les facteurs d'amplification correspondant à un amortissement de 5%. Le modèle d'amortissement pour les systèmes avec écrouissage adopté pour l'évaluation de  $\xi$  est basé sur le fait que l'énergie dissipée par un système inélastique est égale à celle dissipée par un système élastique linéaire équivalent tel que :  $\xi(\mu_A, r) = 0,05 + \xi_{eq}$  (Chopra 1995, Chopra & Goel 2001) avec

$$\xi_{eq} = E_D / (4\pi E_S) = 2(A_y D_p - D_y A_p) / (\pi A_p D_p) = 2(\mu_A - 1)(1-r) / [\pi \mu_A (1+r\mu_A r)]$$

où  $D_p, A_p$  sont le déplacement et l'accélération à l'état limite de performance de la structure,  $D_p = \mu_A D_y$ ,  $A_p = A_y + r(D_p - D_y) = A_y + r D_y(\mu_A - 1) = A_y(r\mu_A r + 1)$ ,  $E_S$  est l'énergie de déformation élastique équivalent,  $E_D$  est l'énergie dissipée dans le système inélastique (Fig. 12). En adoptant ce modèle, l'amortissement n'est plus constant, il est donc fonction de la ductilité (déformabilité) et de l'écrouissage (résistance) du système.

### Elaboration du diagramme de réponse inélastique

L'élaboration du diagramme de réponse inélastique  $(A-D)^{inel}$  à partir du diagramme de réponse élastique  $(A-D)^{el}$  est basée sur la formulation suivante (Xue 2001) (Fig. 13):

Point  $c'$ :  $A_{c'} = R_A A_c = R_A PSA$ ,

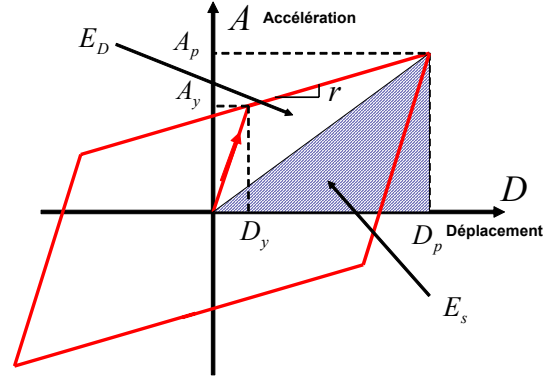


Figure 12. Amortissement équivalent dans les systèmes non linéaires avec écrouissage.

$$A_c = (2\pi/T_c)V_c \Rightarrow R_A PSA = (2\pi/T_c)R_V PSV \Rightarrow T_c = (2\pi/PSA)PSV(R_V/R_A)$$

d'où  $T_c = (R_V/R_A)T_c$ ,

$$D_c = (T_c/2\pi)V_c = (T_c/2\pi)R_V PSV = ((R_V)^2/R_A)(T_c/2\pi)PSV \text{ d'où } D_c = ((R_V)^2/R_A)D_c,$$

Point  $d'$ :

$$V_d = (2\pi/T_d)D_d \Rightarrow R_V V_d = (2\pi/T_d)R_D D_d \Rightarrow R_V PSV = (2\pi/T_d)R_D PSD$$

d'où  $T_d = (R_D/R_V)T_d$ ,

$$A_d = (2\pi/T_d)V_d \Rightarrow A_d = (2\pi/T_d)(R_V/R_D)R_V V_d \Rightarrow A_d = ((R_V)^2/R_D)A_d,$$

$R_A, R_V, R_D$  sont les coefficients de réductions spectrales ;  $A_c, A_{c'}, A_b, A_{d'}$  les accélérations spectrales aux points  $c, c', d, d'$ ;  $D_c, D_{c'}, D_b, D_{d'}$  les déplacements aux mêmes points, et  $T_c, T_{c'}, T_b, T_{d'}$  les périodes correspondantes.

La prise en compte du comportement ductile s'effectue comme suit :

$$\text{Point } c^* : A_{c^*} = A_c = R_A A_c, D_{c^*} = \mu_A D_c = \mu_A ((R_V)^2/R_A)D_c, T_{c^*} = ((\mu_A)^{0,5} R_V/R_A)T_c,$$

$$\text{Point } d^* : A_{d^*} = A_d, D_{d^*} = \mu_A D_d = \mu_A R_D D_d = \mu_A R_D PSD, T_{d^*} = ((\mu_A)^{0,5} (R_D/R_V))T_d,$$

où :  $A_{c^*}, A_{d^*}$  sont les accélérations spectrales aux points  $c^*, d^*$ ;  $D_{c^*}, D_{d^*}$  les déplacements aux mêmes points,  $T_{c^*}, T_{d^*}$  les périodes correspondantes (Fig. 13).

### Méthode d'analyse non itérative des oscillateurs simples sous l'action des tremblements de terre

Pour un oscillateur simple modélisant une structure de bâtiment sous l'action sismique défini par sa masse  $M$  et sa

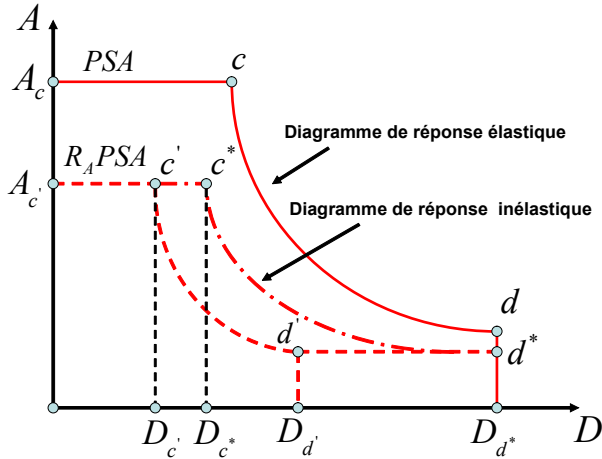


Figure 13. Elaboration du diagramme de réponse inélastique  $(A-D)^{inel}$  à partir du diagramme de réponse élastique  $(A-D)^{el}$ .

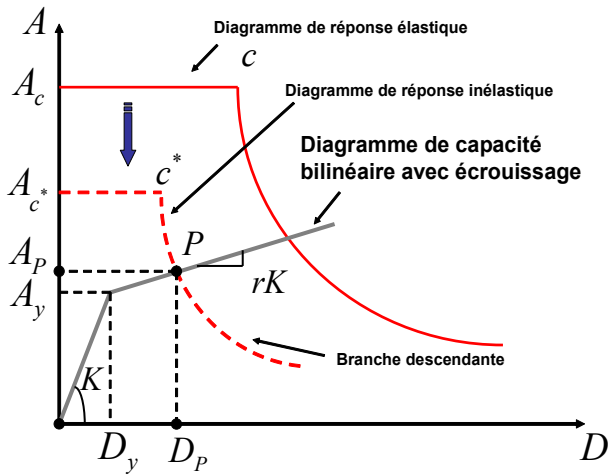


Figure 14. Point d'intersection  $P$  dans la branche descendante du spectre de réponse inélastique.

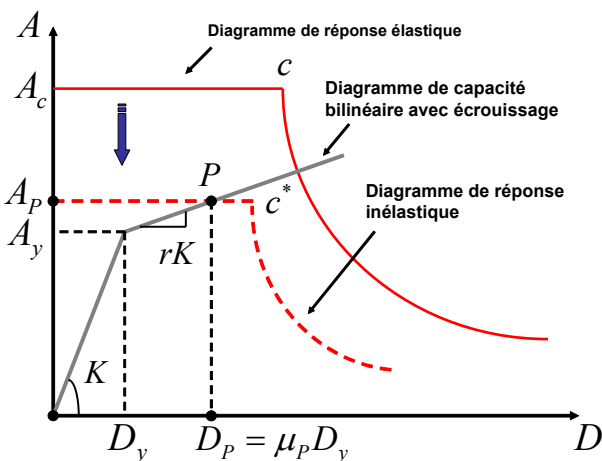


Figure 15. Point d'intersection  $P$  sur le plateau du spectre de réponse inélastique.

rigidité  $K$ , on présente une procédure de dimensionnement et de vérification à l'état limite de performance.

### Dimensionnement d'une nouvelle structure contre les séismes

La procédure de dimensionnement des structures de bâtiments contre les séismes consiste à calculer leurs caractéristiques élastiques (initiales) et plus particulièrement leurs rigidités (art. 1.2 du RPS2000) :

- étape 1 : on établit un spectre de réponse élastique ( $PSA$ ,  $PSV$  et  $T_c$ ) en fonction du site considéré, puis conversion du spectre en diagramme inélastique  $(A-D)^{inel}$  ;
- étape 2 : étant donné le taux d'écrouissage  $r$ , on fixe le déplacement limite admis pour la structure du bâtiment sous l'action des séismes  $D_p$  et sa ductilité  $\mu_A$  ;
- étape 3 : le déplacement élastique limite  $D_y$  est déduit à partir de  $D_p$  et  $\mu_A$  ;
- étape 4 : on superpose le diagramme inélastique  $(A-D)^{inel}$  et le diagramme de capacité bilinéaire ; le point d'intersection peut se trouver soit dans la branche descendante (Fig. 14) soit au niveau du plateau d'accélération constante du diagramme inélastique (Fig. 15) ; on déduit l'accélération limite élastique  $A_y$  ;
- étape 5 : on en déduit la rigidité initiale  $K=A_y M/D_y$ , et la période d'oscillation de la structure  $T=2\pi(M/K)^{1/2}$  ; la période à l'état limite de déformation est  $T=T_p[(r\mu_A - r + 1)/\mu_A]^{1/2}$ .

### Vérification d'une structure existante vis-à-vis des secousses sismiques

Cette procédure consiste à vérifier les performances limites de la structures de bâtiment existant sous l'action des tremblements de terre :

- étape 1 : identique à celle de la procédure de dimensionnement ;
- étape 2 : le diagramme de capacité étant connu (le comportement élastique et le comportement inélastique de la structure sont connus) :  $r$ ,  $A_y$ ,  $D_y$  et  $K$  ;
- étape 3 : superposer le diagramme inélastique  $(A-D)^{inel}$  et le diagramme de capacité bilinéaire (résolution graphique) ; en déduire le point d'intersection définissant l'état limite de déformation de la structure sous l'action des séismes  $A_p$ ,  $D_p$  et  $\mu_A$  ;
- étape 4 : calculer la période au point de performance  $T_p$  et la fréquence correspondante.

### APPLICATION

Pour mettre en évidence la méthode spectrale non itérative, on étudie six structures de bâtiments réguliers en béton armé modélisées par des oscillateurs simples équivalents sous l'action du séisme d'El Centro de 1940 ( $PSA=2,71$  g,  $PSV=280,42$  cm/s,  $T_c=0,66$  s). On fixe pour chaque structure le déplacement limite admis et sa ductilité (Tabl. II).

L'étude consiste à calculer les caractéristiques élastiques des oscillateurs simples équivalents aux structures. Les caractéristiques élastiques nécessaires au dimensionnement sont donc obtenues par la méthode non itérative proposée et sont comparées aux résultats obtenus par Chopra & Goel

Tableau II. Caractéristiques des oscillateurs simples soumis au séisme d’El Centro de 1940.

Systèmes	1	2	3	4	5	6
$D_p$ [cm]	22,30	22,30	19,46	44,61	44,61	44,61
$D_y$ [cm]	3,72	5,58	9,70	7,44	11,16	22,32
$\mu_\Delta$	6	4	2	6	4	2
$r$	0c	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tableau III. Résultats comparés de la méthode itérative et non itérative.

Système	Méthode spectrale non itérative						Méthode spectrale itérative	
	$\mu_\Delta$	$R_V$	$R_A$	$A_y$ (cm/s/s)	$T$ (s)	$T_c^*$ (s)	$A_y$ (cm/s/s)	$T$ (s)
1	6	0,166	0,3015	586,71	0,5	0,893	588,1	0,49
2	4	0,25	0,3779	880,77	0,5	0,873	882,1	0,49
3	2	0,50	0,5773	1534,75	0,5	0,808	1532,3	0,49
4	6	0,166	0,3015	293,335	1,0	0,893	294,0	0,9
5	4	0,25	0,3779	440,38	1,0	0,873	441,0	0,9
6	2	0,50	0,5773	880,77	1,0	0,808	882,1	0,9

1999) en utilisant la méthode itérative (Tabl. III). L’examen des résultats obtenus montre que l’écart relatif (de l’ordre de 2%) entre les deux résultats est très satisfaisant.

### CONCLUSION

Dans ce travail, a été présentée une méthode d’analyse spectrale non itérative pour le dimensionnement et la vérification directe des structures de bâtiments sous l’action des tremblements de terre. Elle est basée sur la méthode des déplacements, en adoptant un diagramme accélération–déplacement au lieu d’un spectre accélération–période. La formulation d’élaboration d’un tel diagramme est proposée. Dans le cadre de l’amélioration des codes de construction parasismique, on a aussi proposé une amélioration pour tenir compte de la variation de l’amortissement dans une structure sous l’action d’un séisme en fonction de la ductilité et de l’écroutissage. L’effet de l’écroutissage a été aussi introduit dans l’étude pour pouvoir considérer plusieurs types de structure de bâtiments. Une application de la méthode comparée à des résultats obtenus à l’aide de la méthode itérative montre la capacité de la méthode à obtenir des résultats très satisfaisants en évitant les calculs itératifs. La nature évolutive des codes et règlements de calcul parasismique doit nous inciter constamment à améliorer ces règlements et à suivre les progrès dans ce domaine tout en conservant un certain degré de simplicité d’application.

### Remerciements

Ce travail entre dans le cadre de la préparation d’un projet de recherche en collaboration avec l’Office Fédéral des Eaux et de la Géologie (OFEG) qui consistera à établir les courbes de vulnérabilité sismique des bâtiments existants type de Suisse pour le compte de la Fondation de Prévention des Etablissements

Cantonaux d’Assurance (année 2004/2005). Mes remerciements vont aux membres du laboratoire d’informatique et mécanique appliquées à la construction (IMAC) de l’Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne en la personne du Pr. Ian F. C. Smith, chef du laboratoire IMAC, et du Dr. P. Lestuzzi chef du projet. Je tiens aussi à remercier vivement MM. M. Harnafi et J. Sebbani, enseignants-chercheurs à l’Institut Scientifique de Rabat pour leurs précieux conseils et leurs commentaires sur le présent manuscrit. J’exprime également ma reconnaissance et mon amitié à Monsieur T.-E. Cherkaoui, sismologue à l’Institut Scientifique de Rabat, pour son soutien et sa disponibilité constante.

### Références

- Belmouden Y. 2003. *Analyse par éléments finis multicouches des performances non linéaires des structures en béton armé vis-à-vis des secousses sismiques*. Thèse de Doctorat, Université Mohammed V-Agdal, Fac. Sci. Rabat, N°2163, 101 p.
- Belmouden Y. & Elharif A. 2003a. Modélisation semi-locale des parois porteuses en béton armé par éléments finis multicouches. *6<sup>ème</sup> Congrès de Mécanique*, 15-18 avril, Tanger, Société Marocaine des Sciences Mécaniques, Tome 1, pp. 164-165.
- Belmouden Y. & Elharif A. 2003b. Modélisation numérique de la tenue aux séismes des structures en béton armé. *Bull. Lab. Central Ponts & Chaussées*, 242, 49-65.
- Belmouden Y. & Elharif A. 2003c. Modélisation des murs porteurs en béton armé par éléments finis multicouches. *Rev. Europ. Eléments Finis*, 12, 907-932.
- Chopra A.K. & Chintanapakdee C. 2003. Inelastic deformation ratios for design and evaluation of structures: single degree of freedom bilinear systems. *Earthq. Eng. Res. Center, Univ. California, Berkeley, Report 2003-09*, 81 p.
- Chopra A.K. & Goel R.K. 1999. Capacity-demand diagram methods for estimating seismic deformation of inelastic structures: SDF systems. *Pacific Earthq. Eng. Res. Center, Univ. California, Berkeley, report 1999/02*, 67 p.

- Chopra A.K. & Goel R.K. 2001. A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: theory and preliminary evaluation. Pacific Earthq. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. California, Berkeley, report 2001/03, 87 p.
- Chopra A.K. 1995 *Dynamics of structures, theory and application to earthquake engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Fajfar P. 2000 A non linear analysis method for performance based seismic design. *Earthq. Spectra*, 16, 573-592.
- Newmark N.M. & Hall W. J. 1982 Earthquake spectra and design. Earthquake Engineering Institute.
- RPS2000. 2001. Règlement de construction parasismique RPS2000 (applicable aux bâtiments). Ministère de l'aménagement du territoire, de l'urbanisme, de l'habitat et de l'environnement, Secrétariat d'Etat à l'Habitat, 78 p.
- Xue Q. 2001. A direct displacement-based seismic design procedure of inelastic structures. *Eng. Str. J.*

*Manuscrit reçu le 2 janvier 2004*  
*Version définitive acceptée le 9 juin 2004*